

포구속도측정레이더의 불확도에 관한 연구

A Study on the Uncertainty of MVRS

박용석* **최주호***
Park, Yong-Suk Choi, Ju-Ho

ABSTRACT

MVRS's measuring principles are based on the Doppler principle. It measures the velocities near the muzzle using the doppler signal output from the antenna and then predicts the velocity of the bullet leaving the muzzle by performing the regression analysis on previous measured velocities. There are a number of error sources when calculating the muzzle velocity. Antenna has long term frequency stability error and the doppler signal from the antenna has noise. These two error sources influence the accuracy of estimated velocities from the doppler signal. Estimated velocity errors result in the random error of data statistics. And when performing a regression analysis these random error components are transferred to the fitting error component. This study also analyzed the error components according to the hardware limitations of MVRS-700 and the signal processing method, and presented the calculated uncertainty of muzzle velocity.

주요기술용어(주제어) : MVRS(Muzzle Velocity Radar System), Muzzle Velocity(포구속도), Uncertainty(불확도)

1. 머리말

포구속도는 각종 총포 및 탄약의 개발과 양산품 시험의 성능평가를 위하여 가장 중요한 기초자료중 하나로 활용되고 있다. 포구속도 측정을 위한 계측장비에는 MVRS가 있는데 MVRS는 도플러 효과를 이용하여 속도를 측정하는 연속형(Continuous Wave, CW) 도플러 레이더로 속도 측정을 위하여 총포를 개조할 필요가 없고, 속도 계측 범위(30~3000m/s) 내에서 속도를 정확히 측정하므로 많이 사용되고 있다.

MVRS는 안테나로부터의 도플러 신호를 이용하여 포구로부터 일정거리까지의 속도를 측정한 다음 이 측정된 속도점에 대한 회귀분석(Regression Analysis)을 행하여 포구 출발 시각에서의 속도를 예측하여 포구속도를 산출한다.

획득된 도플러 신호로부터 시간에 따른 속도를 추정할 때 추정된 각각의 속도점에는 송신 주파수 오차와 도플러 신호의 신호대잡음비(Signal to Noise Ratio, SNR)에 따른 속도 추정 오차를 포함하게 되며, 이렇게 추정된 속도점을 이용하여 포구속도를 산출할 때에는 앞에서 설명한 속도점 데이터 자체에 포함된 오차가 랜덤 오차로 나타난다. 따라서 회귀분석시 발생하는 오차는 이 랜덤오차와 곡선적합(Curve Fitting) 시 발생하는 적합오차(Fitting Error)로 구성

† 2006년 10월 2일 접수~2007년 1월 26일 게재승인

* 국방과학연구소(ADD)

주저자 이메일 : y_s_park@yahoo.com

되게 된다. 이 회귀분석시의 두 오차가 MVRS 포구 속도 오차의 가장 중요한 부분을 차지한다. 또한 탄의 발사시 충격으로 안테나를 장착한 포가 움직이므로써 측정 속도에 오차를 더하며, 안테나 내부의 음향 센서에 의한 포구출발시간 추정 시에도 오차가 발생하며 이 오차는 탄자의 감속이 클 경우 포구속도에 미치는 영향이 무시할 수 없을 정도로 된다.

본 연구에서는 덴마크 Weibel사의 MVRS-700 시스템에 대한 제품의 사양 및 신호처리 방식에 의하여 발생하는 오차 요인을 분석하였으며, 포구속도 산출 및 불확도 산출에 필요한 과정을 정립하였다.

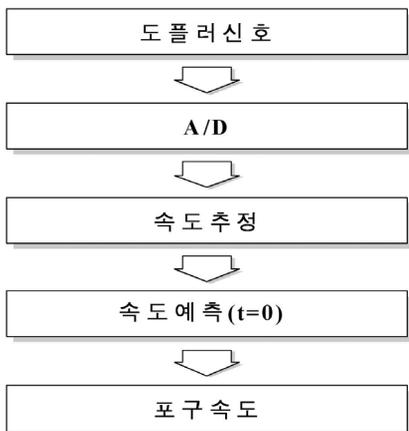
2. MVRS를 이용한 포구속도 측정

가. 포구속도 산출 과정

MVRS의 안테나에서 출력되는 신호는 움직이는 물체의 속도에 비례하는 주파수의 도플러 신호로서 물체의 속도는 아래의 도플러 식에서 얻을 수 있다^[1].

$$v = \frac{\lambda}{2} f_d = \frac{C \cdot f_d}{2 \cdot f_o} \quad (1)$$

- v = 물체의 이동속도
- f_o = 레이더의 송신주파수
- f_d = 측정된 도플러 주파수
- C = 전자파의 속도 ($3 \times 10^8 m/s$)



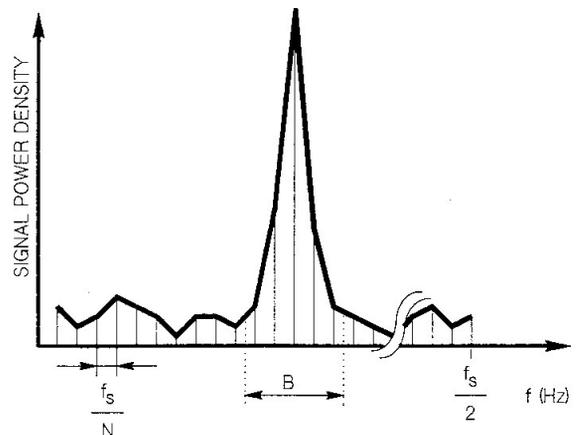
[그림 1] 포구속도 산출 과정

MVRS의 도플러 안테나로부터 수신된 전파는 수신부에서 도플러 신호로 변환되며, 이후 도플러 신호의 A/D 변환, A/D 변환된 도플러신호를 이용한 시간대 속도추정, 속도추정 데이터로부터 포구속도를 예측하는 데이터 처리과정을 거치게 된다. 그림 1에 그 과정을 나타내었다.

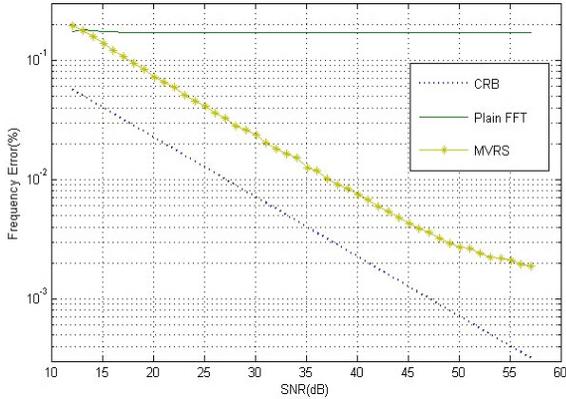
나. 도플러신호로 부터의 속도 추정

안테나로부터의 아날로그 도플러 신호는 예측되는 도플러 주파수의 2배 이상 되는 표본화 주파수로 디지털화 되며, 통상 탄의 최대속도에 의하여 표본화 주파수가 결정되며 예측되는 도플러 주파수의 3배 근처의 표본화주파수 f_s 로 표본화 된다. 이렇게 획득된 신호는 속도의 변화를 감안하여 적당한 수의 표본(세그먼트)으로 나누게 되며 이 나눈 각 세그먼트에 대하여 DFT(Discrete Fourier Transform)변환을 하게 되면 주파수 영역에서 도플러주파수에 해당하는 부분에 침투치가 나타난다. DFT 변환이 이루어진 한 세그먼트의 주파수영역 스펙트럼의 크기를 그림 2에 나타내었다.

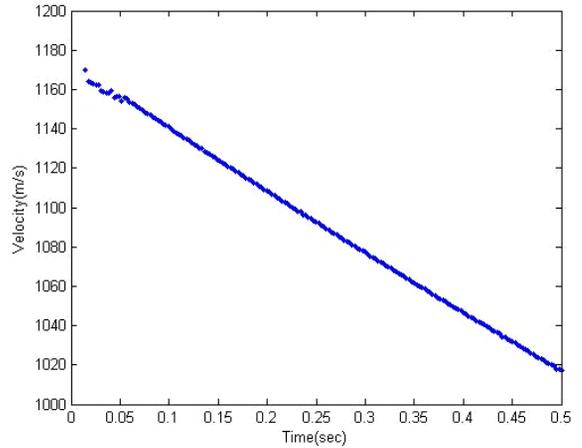
변환된 주파수영역 신호의 주파수 범위는 $-f_s/2 \sim f_s/2$ Hz가 되며 N개의 위치에 나타나게 된다. 획득된 신호가 실(Real) 신호이므로 부의 주파수 부분의 스펙트럼은 정의 주파수 부분과 대칭으로 나타나므로 주파수 범위 $0 \sim f_s/2$ Hz의 스펙트럼만 분석에 이용된다. CW 도플러 레이더에서는 통상 신호 스펙트럼



[그림 2] DFT 처리된 도플러 신호



[그림 3] 신호처리방식별 주파수 추정오차



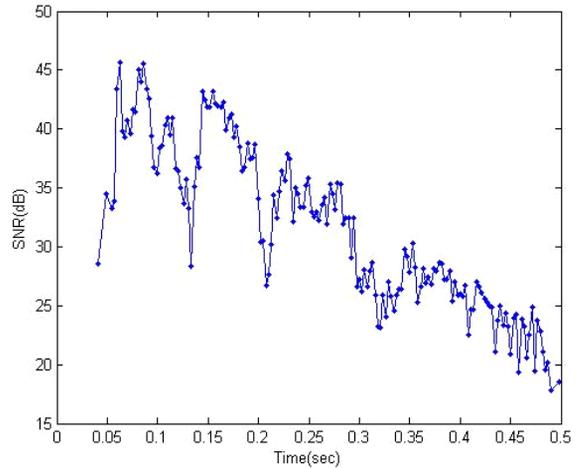
[그림 4] 속도 추정에 의한 속도 분포

이 5개의 주파수 위치(Bin)에 모두 들어오도록 운동 물체의 예측속도, 가속도를 이용하여 최적의 N 과 f_s 를 계산하여 신호 획득 및 처리에 이용한다.

도플러 신호로부터 속도를 추정할 때에는 신호가 단일 주파수 정현파라 가정하고 주파수 영역에서의 단일 주파수 추정 방법을 사용하여 신호의 주파수를 가능한 정확하게 추정한 다음 추정한 주파수를 이용하여 진폭, 잡음을 추정하는 방법을 사용한다. 신호 추정방식에 따라 각각 추정속도 오차가 다르며 MVRS의 경우는 그 내부에서 일어나는 세부 신호처리방식 및 신호처리에 따른 오차가 공개되지 않아 신호대잡음비에 해당하는 도플러신호를 생성한 후 MVRS에서 처리하여 신호처리시 발생하는 주파수 추정오차를 산출하였다. 이렇게 시뮬레이션한 MVRS 주파수추정 오차를 그림 3에 나타내었다. 그림에서 Plain FFT 방식은 한 세그먼트를 FFT하여 주파수 영역의 전력 스펙트럼의 단순히 최대값의 위치를 주파수로 추정하는 찾는 방식이며, CRB(Cramer-Rao lower Bound)는 SNR에 해당하는 신호로부터 주파수 추정시 얻을 수 있는 최소오차이다.

다. 포구속도 산출과정과 불확도

A/D 변환된 도플러 신호를 주파수추정방법을 이용하여 획득된 신호 각 구간마다 속도를 추정하면 포구 근처에서의 시간대 속도 관계를 얻을 수 있다. 그림 4에 계산된 속도 분포를 나타내었으며 각 속도점 추정시의 신호대잡음비를 그림 5에 나타내었다.

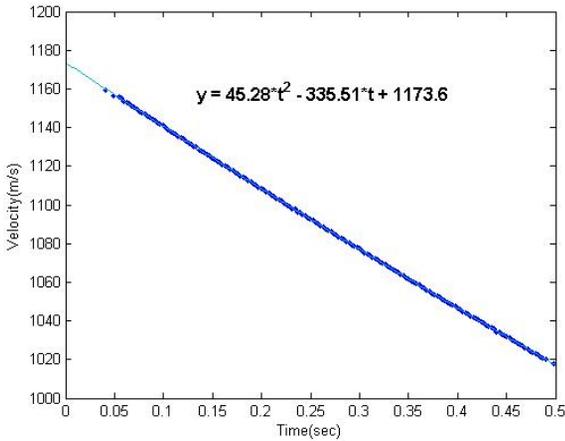


[그림 5] 속도점의 신호대 잡음비

통상적으로 0~100msec 사이에는 탄이 포구이탈시 발생하는 화염이나 고온의 이온화된 플라즈마 등에 의하여 탄에서 반사된 전파가 수신 안테나에 도달하는 것이 방해받기 때문에 도플러 신호가 거의 없거나 도플러 신호가 있더라도 신호대잡음비가 낮아 획득된 속도 데이터는 오차를 많이 포함하게 된다. 그림에서도 0~60msec에서의 속도는 많은 오차를 포함하고 있음을 볼 수 있다^[2].

또한 신호대잡음비는 포구에서 탄자가 멀어짐에 따라 급격히 감소함을 알 수 있다.

이와 같이 포구근처에서 속도 분포를 구한 다음 최



[그림 6] 포구속도 산출

소자승 곡선적합(Least Square Curve Fitting)을 이용하여 $t = 0$ 에서의 속도를 구하면 포구속도가 된다. 포구속도의 정확도를 높이기 위하여 곡선적합에 사용될 속도점은 가능하면 오차가 작아야하므로 속도를 선택할 수 있는 보조지표인 신호대잡음비를 이용하여 속도오차가 큰 속도점 즉 신호대잡음비가 낮은 점을 제거한 다음 최소자승 곡선 적합을 적용하여 포구속도를 구한다. 포구속도 구하는 데에는 통상 1차 또는 2차 최소자승 곡선적합이 사용된다. 그림 6에는 그림 4에서와 같은 시간대 속도 분포를 이용하여 2차 최소자승 곡선적합으로 포구속도를 산출한 결과를 나타내었다.

이와 같이 포구속도는 포구근처에서의 시간대 속도 분포를 이용하여 탄의 포구출발 시간에서의 속도를 예측하는 것이며, 이렇게 계산된 포구속도의 불확도는 통계적으로 최소자승회귀분석에서 미래 예측값(Future Observation)에 대한 신뢰구간(Confidence Interval, CI)으로부터 구할 수 있다.

라. 포구속도 산출에 대한 통계모델

1차 최소자승 곡선회귀분석에서의 통계적인 모델은 독립변수와 종속변수인 관찰값이

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i \tag{2}$$

의 관계가 있다 가정하고 ϵ_i^2 의 합을 최소화하는 해를

구한다. 이렇게 계산된 해(b_0, b_1)에 의하여 독립변수에 따른 종속변수의 값을 다음과 같이 추정할 경우

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i + \epsilon_i \tag{3}$$

가 되며, \hat{y}_0 를 x_0 에서의 예측값이라고 하면 예측값의 기대값은

$$E(\hat{y}_0) = \beta_0 + \beta_1 x_i \tag{4}$$

이 되고 그 분산은

$$var(\hat{y}_0) = \sigma^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right] \tag{5}$$

이 된다. 이때 σ^2 은 ϵ_i 의 분산이다.

한편 y_0 를 x_0 에서의 관찰값이라 하고 $y_0 - \hat{y}_0$ 의 분포에 대하여 생각하면 $E(y_0 - \hat{y}_0) = 0$ 이 되며 그 분산은

$$\begin{aligned} var(y_0 - \hat{y}_0) &= var(y_0) + var(\hat{y}_0) \\ &= \sigma^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right] \end{aligned} \tag{6}$$

이 된다. 따라서 y_0 를 \hat{y}_0 로 예측할 때 그 신뢰구간은 식 (6)의 분산을 이용하여 구할 수 있다. 일반적인 다중 최소자승 곡선회귀분석에서는

$$var(y_0 - \hat{y}_0) = \sigma^2 [1 + x_0' (X'X)^{-1} x_0] \tag{7}$$

이 되며 회귀에 이용되는 차수를 k 라하면 X 는

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^k \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^k \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^k \end{bmatrix}$$

이다. 이에 의하여 y_0 를 \hat{y}_0 로 예측할 때 그 신뢰구간은

$$\hat{y}_0 \pm t_{r,\alpha/2} \sigma [1 + x_0' (X'X)^{-1} x_0]^{1/2} \quad (8)$$

이 된다. 이때 $r = n - k - 1$, $t_{r,\alpha/2}$ 는 r 자유도의 t 분포에서 위쪽 $(1/2)\alpha \times 100\%$ 인 점이다^[3].

3. 포구속도 오차 요인 분석

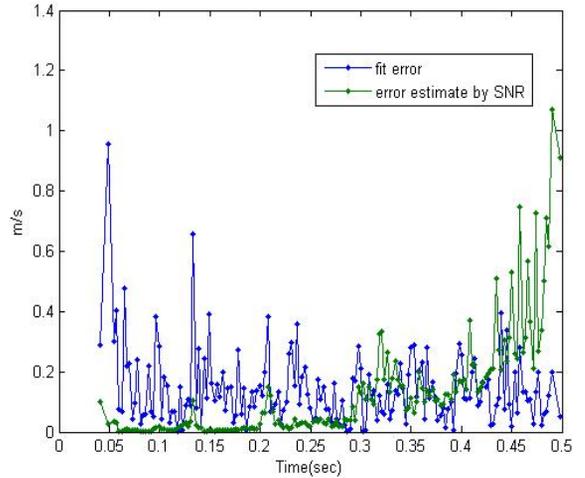
가. 도플러 식에 따른 오차

식 (1)에 의하여 도플러 신호로부터 속도를 추정할 때 빛의 속도, 송신주파수, 도플러주파수에 오차가 있으면 추정된 속도에는 이들의 오차를 포함하게 된다. 전자파의 속도를 3×10^8 m/s로 사용하면 각 속도점에는 0.07%(0.0021/3)의 오차가 파급되므로 빛의 속도는 2.99793×10^8 m/s를 사용하여야 한다. 또한 MVRS에서 주로 사용하는 안테나인 SL-520M안테나의 송신주파수 안정도가 0.01%이므로^[3] 안테나 사양에 의하여 도플러 신호로부터 추정된 속도점은 식 (1)에 의하여 0.01% 이상의 오차를 발생시킨다. 또한 도플러주파수 추정시 신호의 신호대잡음비에 의하여 그림 3과 같이 $1/\sqrt{SNR}$ 에 비례하는 오차가 발생하게 된다. 따라서 30dB(Weibel사에서 사용하는 신호대잡음비 통상 SNR-7dB 임) 이상인 경우 속도점은 0.01%의 오차를 갖게 되며 30dB 이하인 경우에는 0.01% 이상의 오차가 포함되게 된다. 이렇게 발생된 오차는 이 회귀분석 시 랜덤오차로 나타난다.

나. 회귀분석에서의 오차

식 (8)에서 신뢰구간의 기본이 되는 이산은 보통의 경우 실제 오차를 알 수 없기 때문에 최소자승 곡선 회귀분석 시 곡선회귀에 의한 예측값과 측정값과의 차를 제공하여 사용한다. 그 관계는 e_i 를 측정값과 곡선회귀에 의한 예측값과의 차라할 때

$$s^2 = \sum_{i=1}^n \frac{e_i^2}{n-k-1} \quad (9)$$



[그림 7] 속도오차의 추정

라 하면 s^2 은 σ^2 의 바이어스 되지 않은 추정값이 된다. 또한 도플러 신호의 속도추정의 경우 그림 3에서와 같이 신호추정방식, 신호대잡음비와 오차관계를 이용하여 이산을 추정할 수도 있다.

그림 7에 회귀분석에 의한 오차성분과 신호의 신호대잡음비로부터 추정한 속도 오차성분을 나타내었다. 실제 속도추정오차는 시간이 지날수록 신호대잡음비가 낮아지므로 증가하지만 최소자승오차 회귀분석에 의한 추정 오차는 전 시간 구간에 균등히 분포하는 경향을 이 있는데 이러한 경향을 보이는 이유는 회귀분석과정이 통계적으로 신호 고유의 오차 보다는 회귀분석 조건하의 전 구간에서의 잔차 최소화 과정에서 발생하는 것이라 추론되며, 이러한 결과로 신호대잡음비가 높은 포구 근처의 속도 오차를 증가시키게 된다.

다. 음향센서 지연에 의한 오차

SL-520M안테나를 사용하여 포구속도 측정시 내장된 음향센서를 이용하여 포구출발시간을 추정한다. MVRS-700에는 안테나 위치에 의하여 포구로부터 음파가 지연 전송되는 시간을 추정하는데 소리속도의 평균을 380m/s를 사용한다. 또한 MVRS-700 사양의 운용환경은 $-45 \sim 55^\circ\text{C}$ 로 상당히 넓은 온도범위 내에서 작동한다^[5]. 일반적으로 공기중에서 소리의 속도는 다음 식과 같이 근사될 수 있다.

$$v_{sound} \approx 331.4 + 0.6 T_c \text{ m/s} \quad (10)$$

이때 T_c 는 섭씨 온도이다. MVRS-700에서는 소리의 속도를 온도보정 없이 사용하므로 운용온도 범위 내에서 소리속도 오차는 30m/s가 발생하며 이는 MVRS-700사용하는 소리속도에는 9%의 오차가 있음을 나타낸다. 따라서 포구로부터 안테나 설치 위치가 7미터일 때 약 2ms의 포구출발시간 추정오차가 발생한다. 이에 의하여 포구속도 추정시 오차가 발생하며 그 오차는 탄의 감속도 A_0 에 따르게 된다^[4].

$$V_{0Er} \leq 0.002(s) \times A_0(m/s^2) \quad (11)$$

보통의 155mm 곡사포탄의 경우 감속도가 50m/s² 정도로 포구속도 오차에 미치는 영향이 0.01% 이하지만 감속도가 커짐에 따라 0.05%를 넘길 수 있어 감속도가 클 경우 작동온도에 따른 소리속도에 대한 보정이 이루어 질 수 없는 경우 음압센서를 이용한 포구출발시간 검출 방법은 사용할 수 없다.

라. 포의 움직임(Gun Jump)에 의한 오차

안테나를 포에 설치하였을 경우 측정된 탄의 속도는 포의 움직임에 영향을 받는다. 즉 포에 고정된 안테나의 움직임에 따라 측정하는 물체의 상대 속도가 변하게 된다. Weibel사의 MVRS 시스템에는 가속도계를 설치하여 포구속도 오차가 1m/s 이하가 되도록 보정하고 있는 것으로 발표하고 있다.

통상적으로 포의 움직임은 포구속도, 사격고각, 탄종 등에 따라 달라진다. 포의 움직임은 평각 사격시에는 전후방으로 가장 크게 나타나며 고각 사격시에는 사격 방향과 직각인 방향으로 포가 움직이게 된다. 따라서 포의 움직임에 의한 속도 오차는 평각 사격시 가장 크게 나타나고 고각 사격시에는 작게 된다. 따라서 고각 사격을 주로 하는 곡사포에서는 포의 움직임에 의한 보정이 중요하지 않으며 평각 사격을 주로 행하는 전차포의 경우에는 포의 움직임에 대한 고려하여야한다. 한편 포의 움직임을 가속도 센서를 사용하여 안테나의 움직이는 속도를 측정하여 보정을 하려면 도플러 신호 뿐 아니라 가속도 센서 신호를 획득하여 신호처리에 이용할수 있도록 레이더

시스템을 제작하여야 하므로 레이더 시스템이 더 복잡하게 된다. 그러나 회귀분석시에 포구근처의 속도 오차가 인위적으로 증가시키는 결과를 야기 시키므로 복잡하게 시스템을 구성하여 보정을 하더라도 원하는 정확도를 얻기 어렵다. 또한 일부 전차탄의 경우 감속률이 매우 크므로 음향센서 지연에 의한 오차가 포의 움직임에 의한 오차보다 크다. 이와 같이 포의 움직임에 의한 오차와 음압센서를 사용한 포구출발시간 예측 시 발생하는 오차는 사격환경에 따라 일정하지 않게 발생하므로 정량적인 산출이 어렵다.

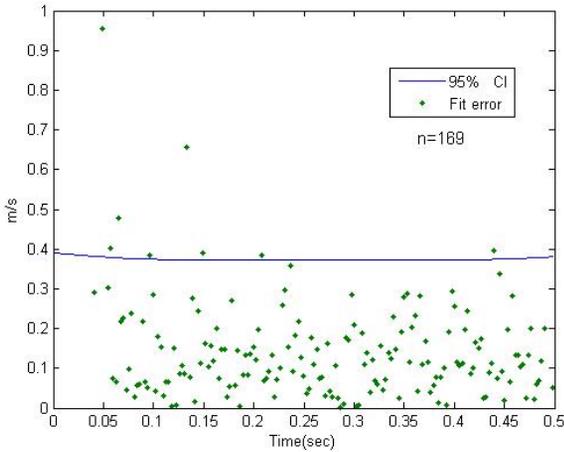
마. 포구속도의 오차 계산 예

본절에서 언급한 포구속도 오차요인에는 도플러식에 의하여 발생하는 오차, 속도 추정과정에서 발생하는 오차, 회귀분석오차, 음향센서 오차, 포의 움직임에 의한 오차 등이 있다. 이중 포의 움직임이나 음향센서 오차는 실제 운용환경에 따라 달라지므로 명확한 산출이 어렵고 실제 포구속도 불확도에 미치는 영향이 작다. 또한 도플러식에 의하여 발생하는 오차는 속도 추정과정에서 발생하는 오차에 포함되게 되며 속도추정오차는 회귀분석에서의 발생하는 오차로 전환된다. 따라서 회귀분석에서 발생하는 오차가 가장 중요한 불확도 요인이 된다. 따라서 본 논문에서는 회귀분석 오차만을 고려하여 실제 시험에서의 포구속도 및 포구속도의 신뢰구간을 산출하여 포구속도 및 포구속도의 불확도를 산출하였다.

최소자승 회귀분석 및 그 오차 계산은 MATLAB에서 polyfit, polyval, polyconf, fit, predint 함수에 모두 구현되어 있다. 본 논문에서는 기존 운용되고 있는 MVRS에서 처리한 도플러 데이터와 동일한 데이터를 MATLAB 함수를 이용하여 2차 최소자승 곡선회귀분석을 행하여 포구속도 및 포구속도의 불확도를 구하였다.

그림 8에 회귀분석에서 발생한 오차와 각 시간에서의 예측값의 신뢰구간을 나타내었다. 회귀분석에 의하여 계산된 예측 값의 신뢰구간 내에 곡선회귀분석 결과에 의한 예측값과 측정값의 차를 대부분 포함하는 것을 알 수 있다.

표 1에 전차포탄에 대한 포구속도 및 불확도 계산 결과를 나타내었다. 표에서와 같이 95%(2σ)신뢰구간



[그림 8] 회귀분석오차와 신뢰구간

[표 1] 포구속도 및 불확도 계산 결과표

구분	포구속도(m/s)	불확도(2σ)	백분율(%)
3 번탄	1173.6	0.39	0.033
4 번탄	1123.4	0.42	0.037
5 번탄	1125.0	0.38	0.034
6 번탄	1124.0	0.31	0.028
7 번탄	1171.6	0.53	0.045
8 번탄	1172.7	0.47	0.040
9 번탄	1173.9	0.49	0.042
10 번탄	1173.2	0.34	0.029
11 번탄	1173.6	0.35	0.030
12 번탄	1175.6	0.31	0.026
13 번탄	1224.8	0.44	0.036
14 번탄	1227.5	0.45	0.037
15 번탄	1226.7	0.40	0.033

에서의 불확도는 0.05% 이하를 만족시키고 있음을 알 수 있다. 이러한 결과는 속도측정에 1,000m/s의 0.5m/s의 불확도를 가진 것을 나타내며 대부분 화포 시험의 요구조건을 모두 만족시키고 있다.

5. 맺음말

본 논문에서는 도플러 효과를 이용하여 포구속도를 측정하는 MVRs의 포구속도 산출을 위한 신호처리

과정을 설명하였으며 이러한 산출과정에서 발생하는 오차요인을 분석하여 측정된 포구속도의 불확도에 미치는 영향에 대하여 설명하였다.

포의 움직임이나 음향센서 사용에 따른 포구출발시간 오차에 따른 영향은 실제 운용환경에 따라 달라지므로 명확한 산출이 어렵고 또한 실제 포구속도 불확도에 영향을 미치는 영향이 작으며, 회귀분석에서의 발생하는 오차가 대부분의 신호처리시 발생하는 오차요인을 포함하는 가장 중요한 불확도 요인이므로 회귀분석 오차만을 고려하여 실제 시험에서의 포구속도 및 포구속도의 신뢰구간을 산출하여 포구속도 및 포구속도의 불확도를 산출하였다.

실제 MVRs를 활용하여 각종 탄의 포구속도를 분석한 결과는 95% 신뢰구간에서 불확도 0.05% 이하이다. 이는 가격/성능을 비교할 때 포구속도 측정장치로는 대단히 우수함을 알 수 있으며, MVRs는 타 장치보다 설치 및 운용이 용이하므로 화포 탄약 시험에 지속적으로 많이 활용되어야 한다. 또한 추후 차기전차나 K9, K55 등에 국산화된 MVRs를 장착하여 현재보다 우수한 성능을 얻기 위하여는 포구출발 신호 검출을 정확히 할 수 있는 센서의 개발이 필요하며, 사격시 포의 움직임이 포구속도 측정에 미치는 영향에 대한 세부적인 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

[1] Barton, David K., "CW and Doppler Radar", 1980.
 [2] 박용석, 장용식, "CW 도플러 레이더를 이용한 정밀속도 계측기법", DSTC-517-040913, 국방과학연구소, 2004.
 [3] Ashish Sen Muni Srivastava, "Regression Analysis Theory, Method, and Applications", Springer-Verlag, pp.18~19, 1990.
 [4] Weibel Scientific, "Weibel Muzzle Velocity Radar System MVRs-700 Advanced User's Guide", p.45.
 [5] Weibel Scientific, "SL-520M Radar Antenna Maintenance Manual", p.19.