

레이더 파형 연구 - 다위상 시퀀스

A Study on Radar Waveform - Polyphase Sequence

양진모*

김환우**

Jin Mo Yang

Whan Woo Kim

Abstract

This paper describes and analyzes a various generation methods of the mutually orthogonal polyphase sequences with low cross-correlation peak sidelobe and low autocorrelation peak sidelobe levels. The mutual orthogonality is the key requirement of multi-static or MIMO(Multi-Input Multi-Output) radar systems which provides the good target detection and tracking performance. The polyphase sequences, which are generated by SA(Simulated Annealing) and GA(Genetic Algorithm), have been analyzed with ACF(Autocorrelation Function) PSL(Peak Sidelobe Level) and CCF(Crosscorrelation Function) level at the matched filter output. Also, the ambiguity function has been introduced and simulated for comparing Doppler properties of each sequence. We have suggested the phase selection rule for applying multi-static or MIMO systems.

Keywords : Multi-Input Multi-Output(다중-입력 다중-출력), Polyphase(다위상), Mutual Orthogonality(상호직교성) Autocorrelation Function(자기상관함수), Cross-correlation Function(교차상관함수), Doppler Frequency(도플러 주파수), Peak Sidelobe Level(첨두부엽수준) Integrated Sidelobe Level(누적부엽수준)

1. 서론

MIMO 레이더와 Multi-static 레이더 시스템은 다양한 각도(aspect angle)에서 표적을 관측할 수 있기 때문에 표적의 변동(fluctuation)에 의한 탐지성능 저하를 개선할 수 있을 뿐만 아니라 고분해능과 표적의 3차원 영상을 생성할 수 있어 최근 들어 각광을 받는 연구 분야이다.

그러나 단일 레이더 시스템과 달리 여러 개의 송수신 안테나들이 하나의 레이더 시스템을 구성하기 때문에 다양한 표적 반사 신호들로부터 독립된 정보를 얻고 동시에 간섭들로부터의 영향을 최소화하기 위해 MIMO 레이더에서 송신되는 신호들은 상호 직교성(mutual orthogonality)을 유지하여야 한다. 따라서 MIMO 레이더 시스템의 중요한 설계 기준의 하나로 송신 신호 간에 직교성을 갖는 송신파형을 설계하는 것이다. L개의 송신 파형(또는 송신 안테나)과 N개의 수신 채널(또는 수신 안테나)로 구성된 레이더 시스템인 경우, N개의 수신채널로 인가되는 표적 신호는 각 채널 당 L개의 송신신호로부터 반사된 신호들이 되며, 따라서 NL개의 신호처리 과정이 요구된다. 이는

† 2010년 4월 5일 접수~2010년 7월 12일 게재승인

* 국방과학연구소(ADD)

** 충남대학교(Chungnam National University)

책임저자 : 양진모(jmy1965@dreamwiz.com)

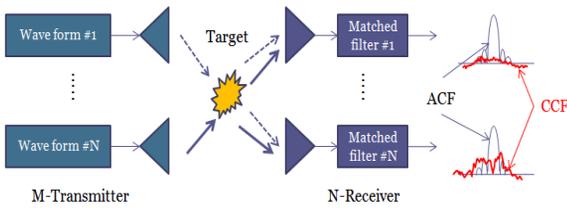


Fig. 1. MIMO레이더의 개념

각 수신 채널간 매우 낮은 교차상관함수(CCF : Cross-Correlation Function) 특성을 가져야 함을 의미한다. 또한 다중 표적을 탐지하기 위해서는 기본적으로 높은 분해능을 필요로 하게 되며 따라서 자기상관함수(ACF : Autocorrelation Function)의 첨두부엽수준(PSL : Peak Sidelobe Level)이 낮아야만 한다. 즉, MIMO 레이더 시스템에서 L개의 송신파형은 N개의 수신채널 각각에서 정합 필터링(matched filtering)과정을 통해 표적의 반사 신호를 처리하게 되며, 이때 송신신호의 파형은 낮은 PSL을 갖는 ACF 특성과각 채널간 낮은 CCF 특성을 갖도록 설계되어야 한다(Fig. 1 참조).

MIMO 레이더 시스템의 효율성은 낮은 ACF와 CCF 특성을 나타낼 수 있는 직교 신호의 가용여부에 의존한다. 따라서 직교특성을 갖는 송신파형의 설계는 MIMO 레이더 시스템의 구현을 위해 반드시 선행되어야 하는 중요한 과정이다. 대표적으로 이진시퀀스(binary sequence), 다위상 시퀀스(polyphase sequence) 또는 주파수-도약 시퀀스 등이 레이더 시스템에 적용 가능한 시퀀스들이다^[1]. 최근 들어 Deng^[2,3]은 직교망 레이더 시스템(ONRS : Orthogonal Netted Radar Systems)에 적용할 수 있는 낮은 ACF, CCF 특성을 갖는 다위상 시퀀스에 대한 연구결과를 발표하였다. Deng은 비주기적 자기상관함수의 PSL과 교차상관함수의 에너지 관계식을 담금질기법(SA : Simulated Annealing)^[10] 최적화 알고리즘을 이용하여 최적화된 시퀀스를 제안하였다. Liu^[4]는 Deng이 유도한 비용함수(cost function)에 가중치 함수를 적용한 후 유전자 알고리즘(GA : Genetic Algorithm)을 이용하여 최적화된 다위상 시퀀스를 유도하였다. 앞의 두 연구결과들이 ACF와 CCF를 비용함수로 설정하고 통계적인 최적화 알고리즘인 SA 또는 GA를 적용하여 직교성을 보유하면서 ACF와 CCF가 낮은 다위상 시퀀스를 유도한 반면, Khan^[5]은 Deng 시퀀스가 도플러의 변화에 따른 특성을 포함하지 않은 것에 착안하여 Frank Complementary code를 이용하여 Hadamard 행렬의 고유한 특성인 직교성을

적용한 해석적 방법을 제안하였다.

본 논문에서는 다양한 방법으로 생성된 다위상 시퀀스들을 자기상관함수 최대 부엽수준과 교차상관함수 부엽수준의 관점에서 비교 분석하여 MIMO 레이더 시스템에 대한 적용 가능성을 살펴보았다. 논문의 구성은 2절에서 모호함수의 정의 및 중요한 성질에 대해 논하였으며 3절에서 MIMO레이더 시스템에 대한 개념과 직교성을 갖는 송신파형에 대한 요구조건에 대해 간략히 살펴보고 ACF와 CCF에 최적화된 다위상 시퀀스들의 생성방법에 대해 살펴보았다. 4절에서는 3절의 생성방법을 이용하여 생성된 다위상 시퀀스들의 ACF, CCF 결과를 비교하였고 모호함수에 대해 알아 보았다. 5절에서는 결론 및 향후 연구 방향을 제시하였다.

2. 모호함수(Ambiguity Function)의 정의와 성질

일반적으로 레이더 파형 설계를 위해서는 표적 탐지에 충분한 에너지(=시간과 전력의 곱)를 가져야 하며 동시에 시스템에서 요구하는 충분한 거리, 속도 및 각도 분해능(resolution)을 보유해야 하고 원하지 않는 반사 신호 성분들을 충분히 제거할 수 있도록 선택되고 설계되어야 한다. 즉, 레이더가 표적으로부터 획득할 수 있는 정보의 종류와 질(quality)은 레이더가 송신하는 파형에 의해 종속된다 할 수 있다. 이와 같은 사실은 하나의 레이더에서 특정한 목적에 부합되도록 각각의 목적에 맞게 레이더 파형을 생성하여 송수신하도록 설계 및 제작되어야 함을 의미한다. 레이더에서 표적으로부터 얻을 수 있는 정보는 표적의 거리, 속도, 각도, 가속도, RCS, 반사파의 스펙트럼 특성, 진폭, 위상 및 편파 특성등이 있다.

레이더에서 송신된 파형이 표적으로부터 반사되어 수신되었을 때, 표적의 성질을 평가하기 위한 척도로 ‘표적의 거리와 속도(radial velocity)의 함수인 정합필터 출력신호의 복소 진폭(complex envelope)’값을 거리-속도 영역에서 하나의 함수로 정의하여 사용하며, 이 함수를 ‘모호함수(AF : Ambiguity Function)’라 한다. 모호함수는 송신파형과 정합필터의 특성에 따라 결정되며, 모호함수로부터 분해능(거리 및 속도), 반사신호의 모호성 및 정보의 질 그리고 클러터 제거 능력들을 알 수 있다.

모호함수는 송신파형의 복소 진폭 $u(t)$ 와 임의의

도플러 주파수 f_d 만큼 위상 천이된 복소 진폭 $u(t)e^{j2\pi f_d t}$ 의 상관 관계로 표현할 수 있으며 다음과 같다.

$$\chi(\tau, f_d) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)u^*(t-\tau)e^{j2\pi f_d t} dt \quad (1)$$

위 식에서 $f_d=0$ 인 경우, 모호함수는 자기상관함수 (ACF : Autocorrelation Function)가 된다. 모호함수는 다음과 같은 고유한 성질을 갖는다. 복소 진폭 $u(t)$ 의 에너지가 1로 정규화되었다고 가정한다.

성질 1. 모호함수의 최대 값은 원점(0,0)에서 발생하며 $|\chi(\tau, f_d)| \leq |\chi(0,0)|=1$ 이다.

성질 2. 모호함수의 제곱을 적분한 값, 즉 전체 체적은 $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\chi(\tau, f_d)|^2 d\tau df_d = 1$ 이 된다.

성질 3. 모호함수는 원점에 대해 대칭 함수이다. $|\chi(-\tau, -f_d)| = |\chi(\tau, f_d)|$

성질 4. $u(t)$ 에 대한 모호함수가 $|\chi(\tau, f_d)|$ 이라면 $u(t)e^{j\pi k t^2}$ 에 대한 모호함수는 $|\chi(\tau, f_d + k\tau)|$ 이다.

Fig. 2는 레이더에서 대표적으로 사용되는 송신파형인 선형 주파수 변조(LFM : Linear Frequency Modulation)^[1]과 위상 코드 변조(PCM : Phase Coded Modulation)^[1]에 대한 모호함수의 zero-Doppler를 기준으로 cutting한 거리방향의 모호함수 진폭 특성을 나타낸다.

연속함수(continuous function)에 대한 모호함수에 대응하는 이산형태(discrete) 모호함수에 대해 알아본다. 길이 N 인 복소수의 시퀀스를 $u = \{u[m]\}$ ($m=0, 1, \dots, N-1$)라 하자. 이때 discrete함수의 모호함수는 시퀀스 u 가 주기성(periodicity)을 가지는 경우 u_p , 비주기성(aperiodicity)을 가지는 경우 u_a 라 할 때 다음과 같이 나타낸다.

$$u_p[m] = u[k], 0 \leq k \leq N-1 \text{ and } k \equiv m \pmod{N}$$

$$\chi_p(m, n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} u_p[m+k] \overline{u_p[k]} e^{-j2\pi kn/N} \quad (2)$$

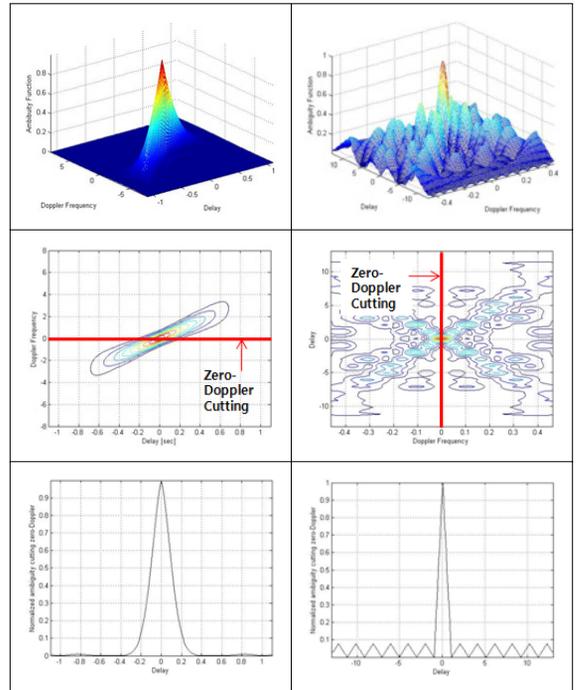


Fig. 2. LFM, PCM 파형에 대한 모호함수

$$u_a[m] = \begin{cases} u[m], & m = 0, 1, \dots, N-1, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$$\chi_a(m, n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} u_a[m+k] \overline{u_a[k]} e^{-j2\pi kn/N} \quad (3)$$

위의 결과에서 $n=0$ 인 경우는 zero-Doppler에서의 모호함수를 말하며, 이는 연속함수의 모호함수에 처럼 자기상관함수가 된다. 또한 식 (2)와 (3)에 $\overline{u_p}$ 와 $\overline{u_a}$ 대신 동일한 길이를 갖는 $\overline{v_p}$ 와 $\overline{v_a}$ 를 각각 대치하게 되면 자기상관함수가 아닌 교차상관함수가 되며, 교차상관함수는 서로 다른 두 개의 시퀀스(또는 송신신호)가 수신기의 출력에서 상호 간 얼마만큼의 영향을 미치는지를 나타내는 척도로 이용된다.

3. 다위상 시퀀스

가. 통계적 최적화를 이용한 다위상 시퀀스

적교한 다위상 코드의 집합이 N 개의 subpulse들로 구성된 L 개의 신호들이라 가정하면, 이 신호의 집합은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{s_l(n) = e^{i\phi_l(n)}, n = 1, 2, \dots, N\}, (l = 1, 2, \dots, L) \quad (4)$$

여기서 $\phi_l(n)$ 은 신호 집합에서 l 번째 송신신호의 n 번째 subpulse의 위상을 나타낸다. 만약 코드 시퀀스 내에서 각각의 subpulse가 선택할 수 있는 위상의 수가 M 개라면, 각 subpulse의 위상은 다음의 집합 내에서만 선택할 수 있다.

$$\phi_l(n) \in \left\{0, \frac{2\pi}{M}, 2 \cdot \frac{2\pi}{M}, \dots, (M-1) \cdot \frac{2\pi}{M}\right\} \quad (5)$$

식 (4)과 (5)를 이용하여 $L \times N$ 위상행렬을 다음과 같이 나타낼 수 있으며, 이 행렬은 다위상 코드를 나타내는 집합이다.

$$S(L, N, M) = \begin{bmatrix} \phi_1(1), \phi_1(2) \dots, \phi_1(N) \\ \phi_2(1), \phi_2(2) \dots, \phi_2(N) \\ \vdots \\ \phi_L(1), \phi_L(2) \dots, \phi_L(N) \end{bmatrix} \quad (6)$$

위 행렬에서 l 번째 행은 l 번째 송신신호의 다위상 시퀀스이고 행렬 내 모든 원소들은 식 (5)의 위상 집합 중 하나의 값을 가질 수 있다. 직교성을 갖는 다위상 코드의 자기상관 및 교차상관 특성은 식 (7)과 (8)로 나타낼 수 있다.

$$A(\phi_p, k) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N-k} \exp j[\phi_l(n) - \phi_l(n+k)] = 0, & (0 < k < N) \\ \frac{1}{N} \sum_{n=-k+1}^N \exp j[\phi_l(n) - \phi_l(n+k)] = 0, & (-N < k < 0) \end{cases} \quad (7)$$

($l = 1, 2, \dots, L$)

$$C(\phi_p, \phi_q, k) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N-k} \exp j[\phi_q(n) - \phi_p(n+k)] = 0, & (0 < k < N) \\ \frac{1}{N} \sum_{n=-k+1}^N \exp j[\phi_q(n) - \phi_p(n+k)] = 0, & (-N < k < 0) \end{cases} \quad (8)$$

($p \neq q, p, q = 1, 2, \dots, L$)

여기서 $A(\phi_p, k)$ 는 다위상 시퀀스 $s_l(n) (= e^{j\phi_l(n)})$ 의 자기상관함수, $C(\phi_p, \phi_q, k)$ 는 두 개의 다위상 시퀀스 $s_p(n) (= e^{j\phi_p(n)})$ 와 $s_q(n) (= e^{j\phi_q(n)})$ 의 교차상관함수를 나타낸다. 따라서 직교성을 갖는 다위상 코드 집합을 설계하는 것은 식 (7)과 (8)의 ACF, CCF를 갖는 식 (6)의 행렬을 구성하는 것과 동일하다. 낮은 ACF PSL을 갖는 이진 또는 다위상 시퀀스를 설계하는데 사용된 대수적인 접근방법^[6,7]은 MIMO레이더 시스템에서처럼 하나 이상의 송신 안테나를 사용하는 시스템에서 요구하는 많은 수의 직교 파형을 생성하는데 제한적이다. 상대적으로 실용적인 방법으로 수치적 접근방법이 제안되었으며, 이 방법은 최적화 알고리즘을 이용하여 비용함수를 최소화하는 직교 다위상 시퀀스를 생성하는 것이다.

Deng은 기존에 제안된 시퀀스 생성 방법에 비해 부엽의 수준이 균일하게 하도록 ACF PSL과 CCF의 에너지를 비용함수에 포함시켰고 에너지-비용함수는 다음과 같이 표현된다.

$$E_D = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^{N-1} |A(\phi_l, k)|^2 + \lambda \sum_{p=1}^{L-1} \sum_{q=p+1}^L \sum_{k=-N}^{N-1} |C(\phi_p, \phi_q, k)|^2 \quad (9)$$

식 (9)에 정의된 에너지-비용함수는 주어진 N, M, L 에 대해 낮은 ACF PSL과 CCF를 갖는 다위상 시퀀스를 생성하는데 이용되며, 최적화 알고리즘으로 SA를 이용하였다.

Liu에 의해 제안된 다위상 시퀀스는 Deng의 다위상 시퀀스를 최적화하는 과정에서 ACF와 CCF의 에너지 합뿐만 아니라 ACF와 CCF의 고유한 특성인 부엽의 수준에 가중치를 이용하여 제어하도록 포함함으로써 첨두 부엽레벨(PSL)에 초점을 두어 다위상 시퀀스를 최적화하였다. 식 (10)은 Liu가 제안한 비용함수로 첫 번째와 두 번째 항은 ACF와 CCF의 부엽들을 나타내고 세 번째와 네 번째 항은 ACF와 CCF의 에너지를 나타낸다.

$$E_L = w_1 \cdot \sum_{l=1}^L \max_{k \neq 0} |A(\phi_l, k)| + w_2 \cdot \sum_{p=1}^{L-1} \sum_{q=p+1}^L \max_k |C(\phi_p, \phi_q, k)| + \quad (10)$$

$$w_3 \cdot \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^{N-1} \max_{k \neq 0} |A(\phi_l, k)|^2 +$$

$$w_4 \cdot \sum_{p=1}^{L-1} \sum_{q=p+1}^L \sum_{k=-N}^{N-1} |C(\phi_p, \phi_q, k)|^2$$

Table 1은 SA 최적화 알고리즘을 이용하여 식 (6)으로 주어진 ACF PSL과 CCF의 에너지 비용함수를 최적화했을 때의 다위상 시퀀스에 대한 위상 시퀀스이다. Table 2는 식 (7)을 비용함수로 하여 유전자 알고리즘(GA)을 적용하였을 경우의 다위상 시퀀스의 예이다. 시퀀스의 생성 조건은 송신기의 수(M)은 4, 코드의 길이(N)은 40이고 집합의 길이(L)이 4로 설정하여 유도되었다.

나. 해석적 방법을 적용한 다위상 시퀀스

앞 절에서 논의된 다위상 코드의 생성 방법이 최적화 알고리즘(SA 또는 유전자 알고리즘)을 이용하여 수치적으로 최적화된 다위상 시퀀스를 구하는 반면에 본 절에서는 Hadamard 행렬을 구성하는 방법^[8]을 Frank Complementary code에 적용함으로써 직교성을 갖는 다위상 코드를 생성하게 된다. 이 생성 방식은 다위상 complementary 시퀀스를 base로 한 순환 행렬을 이용하여 Hadamard 행렬을 구성하는 것으로 어떤 시퀀스의 집합이 complementary하기 위해서는 각각의 자기상관함수의 합이 ‘0’이어야 한다는 성질을 이용한다.

먼저 어떤 complementary 시퀀스의 집합이 S_A 와 S_B 의 쌍으로 되어 있다고 가정한다. 여기서 S_A 와 S_B 는 길이 N 이고 complementary 다위상시퀀스의 쌍이다.

$$S_A = s_{A1}, s_{A2}, s_{A3}, \dots, s_{AN-1}, s_{AN} \quad (11)$$

$$S_B = s_{B1}, s_{B2}, s_{B3}, \dots, s_{BN-1}, s_{BN}$$

두 개의 행렬 A 와 B 는 S_A 와 S_B 를 이용하여 구성된 순환 행렬이라 하자.

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} s_{A1}, s_{A2}, s_{A3}, \dots, s_{AN-1}, s_{AN} \\ s_{AN}, s_{A1}, s_{A2}, \dots, s_{AN-2}, s_{AN-1} \\ s_{AN-1}, s_{AN}, s_{A1}, \dots, s_{AN-3}, s_{AN-2} \\ \dots \\ s_{A2}, s_{A3}, s_{A4}, \dots, s_{AN}, s_{A1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} s_{B1}, s_{B2}, s_{B3}, \dots, s_{BN-1}, s_{BN} \\ s_{BN}, s_{B1}, s_{B2}, \dots, s_{BN-2}, s_{BN-1} \\ s_{BN-1}, s_{BN}, s_{B1}, \dots, s_{BN-3}, s_{BN-2} \\ \dots \\ s_{B2}, s_{B3}, s_{B4}, \dots, s_{BN}, s_{B1} \end{bmatrix}$$

Table 1. 식 (9)의 비용함수를 SA알고리즘으로 최적화하여 생성된 다위상 시퀀스(L=4, M=4, N=40)

SQ1	$\pi/2, 0, 0, 3\pi/2, \pi/2, 3\pi/2, 3\pi/2, \pi/2, \pi/2, \pi, \pi/2, \pi/2, 3\pi/2, 3\pi/2, \pi, \pi/2, \pi/2, 3\pi/2, 0, \pi, 0, 3\pi/2, \pi/2, \pi/2, \pi, 3\pi/2, 3\pi/2, 3\pi/2, \pi/2, 3\pi/2, 3\pi/2, 3\pi/2, \pi, \pi/2, \pi, \pi, \pi, \pi, 3\pi/2, \pi/2$
SQ2	$3\pi/2, \pi, \pi, \pi, \pi/2, 0, 0, \pi/2, \pi/2, 3\pi/2, 0, \pi/2, 3\pi/2, \pi/2, \pi/2, 3\pi/2, \pi/2, 0, 0, 3\pi/2, \pi/2, \pi/2, \pi, \pi, 3\pi/2, \pi/2, 3\pi/2, \pi/2, 3\pi/2, \pi/2, \pi, \pi/2$
SQ3	$3\pi/2, 0, \pi/2, \pi/2, 3\pi/2, \pi/2, 3\pi/2, \pi, \pi/2, \pi/2, \pi/2, \pi/2, \pi, \pi, \pi/2, 0, \pi/2, 3\pi/2, \pi, \pi/2, 3\pi/2, 0, \pi, \pi/2, 0, 0, \pi, 0, \pi, \pi, \pi/2, \pi, \pi, 3\pi/2, \pi/2, 0, 0, 3\pi/2, 0$
SQ4	$\pi/2, \pi/2, 0, 0, 0, \pi/2, 3\pi/2, \pi, 3\pi/2, \pi, 0, 3\pi/2, 3\pi/2, 0, \pi, 0, 0, \pi/2, 3\pi/2, 3\pi/2, \pi/2, 3\pi/2, 0, \pi/2, 0, 3\pi/2, 0, 0, \pi/2, \pi/2, \pi, 3\pi/2, \pi/2, \pi/2, 0, 3\pi/2, \pi/2, \pi, \pi, \pi$

Table 2. 식 (10)의 비용함수를 유전자 알고리즘으로 최적화하여 생성된 다위상 시퀀스(L=4, M=4, N=40)

SQ5	$\pi, 3\pi/2, 0, 3\pi/2, 0, 3\pi/2, \pi, 3\pi/2, 3\pi/2, 3\pi/2, 0, \pi, \pi, \pi/2, \pi, \pi, 0, \pi/2, 0, 3\pi/2, 0, \pi/2, 3\pi/2, \pi, 0, 3\pi/2, \pi/2, 0, 3\pi/2, 3\pi/2, \pi, \pi/2, 0, 0, 0, 0, \pi, 3\pi/2, \pi/2, 0$
SQ6	$\pi, 3\pi/2, 0, \pi/2, \pi/2, \pi/2, 3\pi/2, 0, \pi, \pi/2, \pi, 0, \pi, 3\pi/2, \pi/2, 3\pi/2, 0, 3\pi/2, 0, 0, 0, 3\pi/2, \pi, 0, \pi, \pi, 0, \pi/2, 0, 0, \pi/2, \pi, \pi/2, 0, \pi, \pi/2, 0, \pi, \pi/2, 0$
SQ7	$0, \pi/2, 0, \pi, \pi/2, 3\pi/2, 0, \pi, 0, 0, \pi/2, \pi/2, 0, 3\pi/2, 0, 3\pi/2, 3\pi/2, \pi/2, \pi/2, \pi, \pi, \pi, 0, 0, 0, 3\pi/2, 3\pi/2, \pi, 0, 0, 0, \pi, 0, 3\pi/2, 3\pi/2, 0, \pi, 3\pi/2, 3\pi/2, \pi/2$
SQ8	$3\pi/2, \pi/2, 0, \pi, 0, \pi/2, \pi/2, \pi, 0, \pi, \pi, \pi, \pi/2, \pi, 3\pi/2, 0, 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2, 0, \pi, \pi/2, \pi/2, 3\pi/2, 0, \pi/2, 3\pi/2, 0, 3\pi/2, \pi, \pi, 3\pi/2, 3\pi/2, 0, 3\pi/2, \pi, \pi, \pi/2$

위의 두 행렬 \underline{A} 와 \underline{B} 는 Hadamard 행렬 \underline{H} 를 생성하는데 사용될 수 있다.

$$\underline{H} = \begin{pmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{B}^T & -\underline{A}^T \end{pmatrix} \quad (13)$$

여기서 \underline{A}^T 와 \underline{B}^T 는 행렬 \underline{A} 와 \underline{B} 의 transpose이다. 어떤 시퀀스의 자기상관함수와 그 시퀀스의 complementary에 해당되는 시퀀스의 자기상관함수의 합이 '0'인 조건을 만족한다면 식 (10)을 이용하여 직교성을 갖는 Hadamard 행렬을 구할 수 있다. 다위상 complementary 시퀀스 S_A 와 S_B 는 Frank kernel^[9]을 이용하여 생성될 수 있다. $\{S_{AX}, S_{BX}\}$ 와 $\{S_{AY}, S_{BY}\}$ 는 각각의 길이가 X 와 Y 인 complementary 다위상 시퀀스의 쌍이라 하자. 이 두 개의 쌍으로부터 길이가 $2XY$ 인 새로운 다위상 시퀀스 P_{2XY} 를 다음과 같이 생성할 수 있다.

$$P_{2XY} = \begin{pmatrix} S_{A2XY} \\ S_{B2XY} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (S_{AX} \times S_{AY})(S_{BX} \times S'_{AY}) \\ (S_{AX} \times S_{BY})(S_{BX} \times S'_{BY}) \end{pmatrix} \quad (14)$$

여기서 S_A 와 S_B 는 상호 직교한 쌍으로 Frank^[9]에 정의되어 있다. 기호 '×'는 Kronecker 곱을 나타내고 괄호는 concatenation을 의미한다. 예로, modulo 4의 kernel들을 이용하면

$$P_3 = \begin{pmatrix} S_{A3} \\ S_{B3} \end{pmatrix} = \frac{2\pi}{4} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\dot{P}_3 = \begin{pmatrix} S'_{A3} \\ S'_{B3} \end{pmatrix} = \frac{2\pi}{4} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$P_5 = \begin{pmatrix} S_{A5} \\ S_{B5} \end{pmatrix} = \frac{2\pi}{4} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\dot{P}_5 = \begin{pmatrix} S'_{A5} \\ S'_{B5} \end{pmatrix} = \frac{2\pi}{4} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

길이가 18인 다위상 complementary 시퀀스 쌍을 식 (14)을 이용하여 구할 수 있다.

$$P_{18} = \begin{pmatrix} S_{A18} \\ S_{B18} \end{pmatrix} = \frac{2\pi}{4} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & 0 & 3 & 0 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (16)$$

식 (16)에서 구해진 complementary 쌍으로부터 차수

가 18인 두 개의 순환 행렬 \underline{A} 와 \underline{B} 를 식 (12)를 이용하여 구성한 후 차수가 36인 Hadamard 행렬을 식 (13)을 이용하여 생성할 수 있다. 이와 같은 과정을 통해 생성된 Hadamard 행렬로부터 M 개의 송신기에 대한 최적의 시퀀스들을 선택하여 적용한다. Table 3은 해석적 방법을 적용하여 구해진 다위상 시퀀스로 L 은 4, M 은 4, N 이 36인 경우의 예이다.

Table 3. 식 (13)을 이용하여 유도된 다위상 시퀀스 ($L=4, M=4, N=36$)

SQ9	0, $\pi/2$, 0, $\pi/2$, π , $\pi/2$, 0, $\pi/2$, 0, 0, π , π , 0, $\pi/2$, π , π , 0, 0, 0, π , $\pi/2$, $\pi/2$, $\pi/2$, 0, 0, π , 0, $\pi/2$, 0, 0, $\pi/2$, 0, π , $\pi/2$, π
SQ10	π , 0, 0, $\pi/2$, $\pi/2$, $\pi/2$, π , 0, 0, π , $\pi/2$, π , 0, $\pi/2$, 0, 0, $\pi/2$, 0, 0, $\pi/2$, 0, $\pi/2$, π , $\pi/2$, 0, $\pi/2$, 0, 0, 0, π , π , π , 0, π , π , 0
SQ11	π , $\pi/2$, π , 0, $\pi/2$, 0, 0, $\pi/2$, 0, π , 0, 0, $\pi/2$, $\pi/2$, π , 0, 0, 0, 0, π , π , π , 0, π , π , 0, 0, $\pi/2$, 0, $\pi/2$, π , $\pi/2$, 0, $\pi/2$, 0

4. 모의실험 및 성능분석

3절에서 논의한 여러 가지 생성방법을 이용하여 (4×4), (3×3) MIMO레이더 시스템에 적용 가능한 다위상 시퀀스들을 설계하였다. 모의실험에 적용된 조건은 송신기의 수(L)가 4, 각 시퀀스의 길이(N)은 40, 위상행렬의 크기(M)이 4인 경우와 송신기의 수가 3, 시퀀스의 길이가 36인 경우로 나누어 설계되었다. (4×4) MIMO 시스템의 경우, 통계적 최적화 방법(SA 최적화 알고리즘과 유전자 알고리즘)을 이용하여 구해 보았으며, (3×3)인 경우, 해석적 방법을 적용하여 유도하였다. 각각의 다위상 시퀀스들은 참고문헌에서 제시한 코드들과 동일한 결과를 가지며, 자기상관함수의 PSL과 교차상관함수의 부엽수준을 모의실험을 통해 SEQ1~SEQ4의 경우, ACF의 PSL이 -14.8dB에서 -17.4dB의 범위를 가지며, SEQ5~SEQ8는 -16.0dB에서 -17.4dB의 PSL을 가진다. 반면 Frank complementary 코드로부터 설계된 다위상 코드의 경우, 상대적으로 최대 3.8dB 나쁜 PSL을 가진다. 각각의 시퀀스들에 대한 ACF는 최대값으로 정규화되어 비교하였다.

Fig. 3 (a)~(d)는 SEQ1~SEQ4의 자기상관함수의 시뮬레이션 결과이며, (e)~(h)는 각각 SEQ1-SEQ2, SEQ2-SEQ3, SEQ3-SEQ1 및 SEQ4-SEQ2의 교차상관함수 결과이다. 마찬가지로 Fig. 4와 5는 각각 SEQ5~SEQ8, SEQ9~SEQ11의 ACF와 CCF특성을 시뮬레이션한 결과이다.

MIMO레이더 시스템은 앞서 설명한 바와 같이, 구성된 안테나들 간의 송수신 간섭이 최소화 되도록 송신신호들이 상호 직교성을 갖도록 설계되어야 한다. 따라서 수신기의 정합필터링 과정에서 인접한 송신신호에 의한 간섭의 영향을 비교하는 척도로 교차상관함수가 이용된다. 교차상관함수의 부엽수준은 SEQ1~SEQ4의 경우, -13.5dB에서 -15.1dB의 범위에서 각

각의 시퀀스간 영향을 미치며, SEQ5~SEQ8은 SEQ1~SEQ4에 비해 약 0.5dB 정도 우수한 특성을 보인다. 그러나 Frank complementary 코드로부터 설계된 다위상 시퀀스는 앞의 두 시퀀스에 비해 약 6dB정도 성능이 저하된 교차상관함수의 부엽수준을 보인다. 이는 SEQ1~SEQ4가 네 가지 위상값 $\{0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ\}$ 중 하나의 위상 값을 선택하여 직교성을 유지하는 반면 SEQ9~SEQ11은 $\{0^\circ, 90^\circ, 180^\circ\}$ 중 하나의 위상 값을 선택하여 설계되었기 때문에 90도 위상 성분에 대한 상쇄 성분을 가지지 못하기 때문이다. 따라서 Frank complementary 코드를 사용하는 대신 다위상 complementary 코드를 사용함으로써 개선된 교차상관 특성을 가질 수 있음을 알 수 있다.

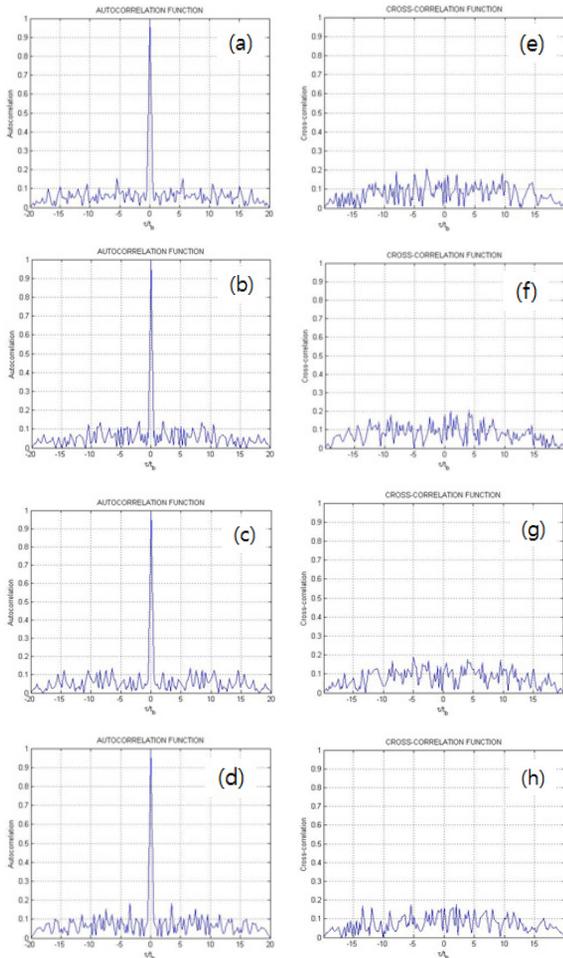


Fig. 3. (a)~(d) SEQ1~SEQ4 ACF, (e)~(h) CCF (SEQ1-SEQ2, SEQ2-SEQ3, SEQ3-SEQ1, SEQ4-SEQ2)

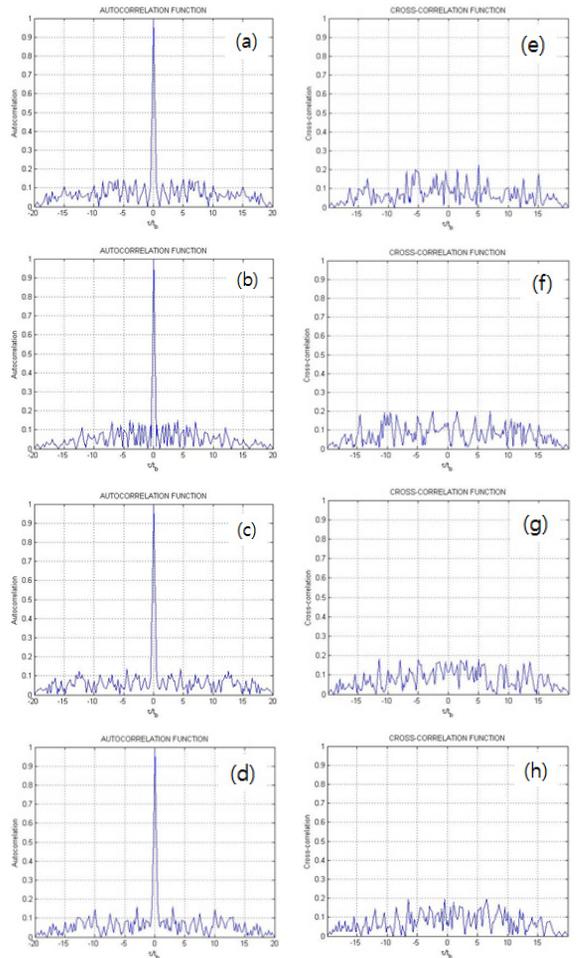


Fig. 4. (a)~(d) SEQ5~SEQ8 ACF, (e)~(h) CCF (SEQ5-SEQ6, SEQ6-SEQ7, SEQ7-SEQ5, SEQ8-SEQ6)

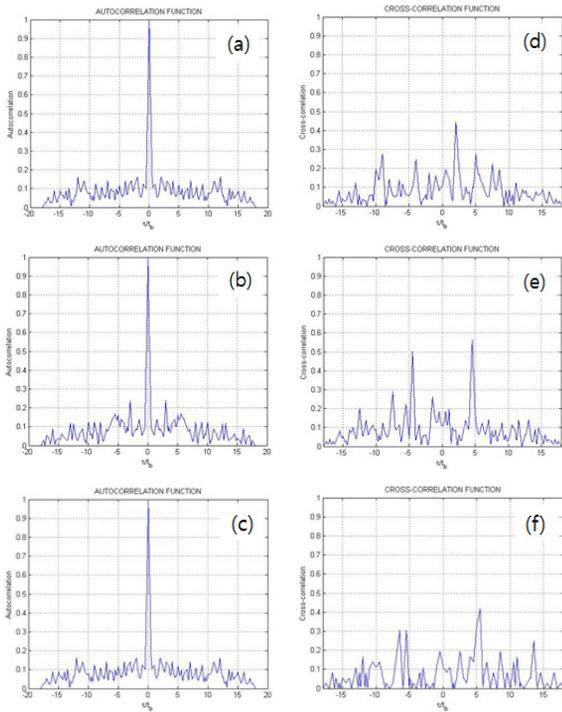


Fig. 5. (a)~(c) SQ9~SQ11 ACF, (d)~(f) CCF (SQ9-SQ10, SQ10-SQ11, SQ11-SQ9)

Table 4~6은 세 가지 다른 방법으로 생성된 SEQ1~SEQ4, SEQ5~SEQ8, SEQ9~SEQ11에 대한 자기상관함수의 첨두부엽수준(PSL)과 교차상관함수의 최대 부엽수준을 나타낸다. Table 4에서 대각선 항목은 ACF의 PSL을 나타내며, 대각선 이외의 항목은 CCF의 최대 PSL값을 나타낸다. Table 5와 6 역시 동일한 형식으로 작성되었다. Table 4와 Table 5의 결과를 비교해 보면 SEQ1~SEQ4와 SEQ5~SEQ8은 ACF의 PSL과 CCF가 동일한 수준을 나타내고 CCF의 경우 SEQ5~SEQ8 시퀀스가 전체적으로 약 0.4dB 우수한 특성을 가진다. Frank complementary 코드에서 유도된 SEQ9~SEQ11의 경우 ACF PSL과 CCF 부엽수준 모두 다른 시퀀스에 비해 떨어지는 성능을 가진다. 그러나, 도플러 변위가 있는 경우에는 SEQ9~SEQ11 시퀀스가 SEQ1~SEQ4 시퀀스에 비해 약간 우수하다. 위의 모의실험 결과로부터, MIMO 레이더 및 Multi-static 레이더 시스템에 적용 가능한 다위상 시퀀스는 첫째, 다위상 시퀀스를 구성하기 위한 subpulse의 위상이 상호 상쇄가 될 수 있도록 선택되어야 하고, 즉, 식 (5)의 위상 집합이 짝수개가 되도록 구성하고, 둘째, ACF의

PSL보다 CCF의 부엽수준에 가중치 제한을 두어 설계되어야 함을 알 수 있다.

Fig. 6은 세 가지 다른 방법으로 생성된 SEQ1~SEQ4, SEQ5~SEQ8, SEQ9~SEQ11 중 SEQ1, SEQ5, SEQ9에 대한 모호 함수 시뮬레이션 결과로 최대값으로 정규화 하여 도시하였다. 앞에서 분석된 것처럼 4개의 직교하는 위상값 0°, 90°, 180°, 270°로 구성된 시퀀스의 경우 도플러가 0인 아닌 영역에서 균일한 부엽 수준을 가지는 반면 Fig. 6의 (c) 경우처럼 균일한 부엽을 가지진 않지만 특정 도플러 영역에서 상대적으로 낮은 부엽을 가지는 경우가 있다.

Table 4. 식 (9)의 비용함수를 SA알고리즘으로 최적화하여 생성된 다위상 시퀀스(L=4, M=4, N=40) : ACF의 PSL(대각선 항목)과 CCF의 첨두치

	SEQ1	SEQ2	SEQ3	SEQ4
SEQ1	-16.36	-13.71	-14.41	-13.47
SEQ2	-13.71	-16.99	-13.71	-15.05
SEQ3	-14.41	-13.71	-17.42	-13.91
SEQ4	-13.47	-15.05	-13.91	-14.80

Table 5. 식 (10)의 비용함수를 유전자 알고리즘으로 최적화하여 생성된 다위상 시퀀스(L=4, M=4, N=40) : ACF의 PSL(대각선 항목)과 CCF의 첨두치

	SEQ5	SEQ6	SEQ7	SEQ8
SEQ5	-16.72	-13.01	-14.80	-13.41
SEQ6	-13.01	-16.48	-13.91	-14.19
SEQ7	-14.80	-13.91	-17.42	-12.75
SEQ8	-13.41	-14.19	-12.75	-16.02

Table 6. 식 (13)을 이용하여 유도된 다위상 시퀀스(L=4, M=4, N=36) : ACF의 PSL(대각선 항목)과 CCF의 첨두치

	SEQ9	SEQ10	SEQ11
SEQ9	-15.81	-7.04	-7.60
SEQ10	-7.04	-12.43	-5.01
SEQ11	-7.60	-5.01	-15.81

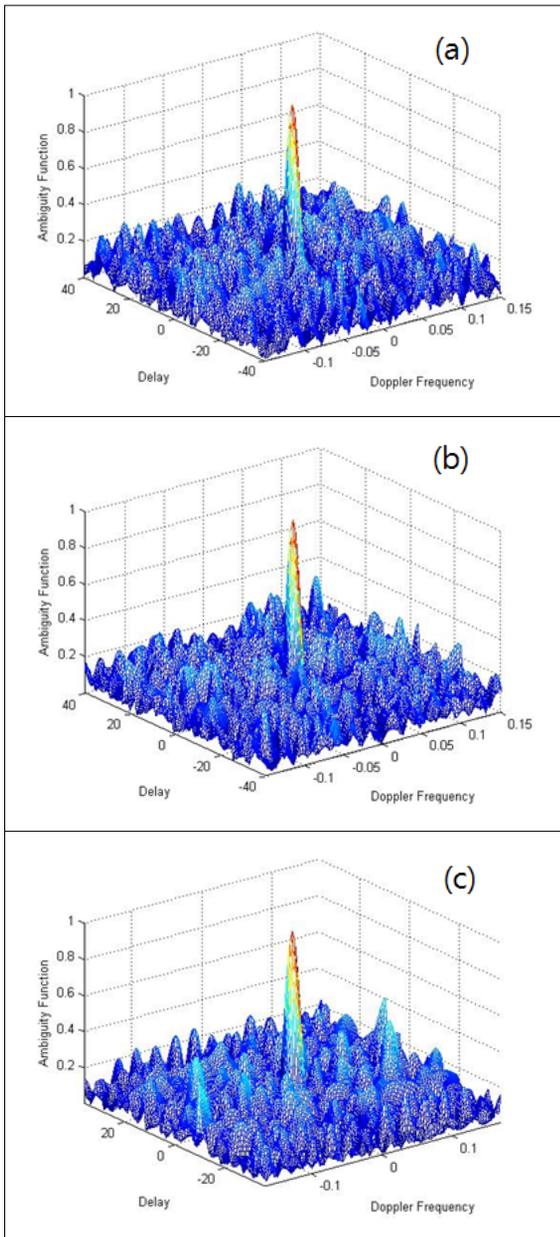


Fig. 6. 모호함수 - (a) SEQ1, (b) SEQ5, (c) SEQ9

5. 결론

본 논문에서는 MIMO레이더를 포함한 Multi-static 레이더 시스템에 적용할 수 있는 다위상 시퀀스들의 생성방법에 대해 살펴보았고 모의실험을 통해 생성된

다위상 코드들의 성능을 분석하기 위해 자기상관함수 (ACF) 최대 부엽수준(PSL)과 교차상관함수(CCF)의 부엽수준을 비교하였다. 또한 모함수의 정의 및 성질에 대해 알아 보았으며, 통계적 최적화 방법을 이용하여 얻어진 두 개의 시퀀스 SEQ1과 SEQ5 및 해석적 방법으로 구해진 SEQ9에 대한 모호함수를 시뮬레이션하여 비교하였다. MIMO레이더처럼 다수의 송신기와 수신기로 구성된 레이더 시스템은 표적의 우수한 탐지성능을 유지하고 각도분해능을 제공하기 위해서는 정합필터 출력에서의 자기상관함수 PSL특성 및 교차상관함수 부엽특성이 낮은 수준으로 유지되어야 하며 이를 위해 상호 직교하는 특성을 갖는 송신신호가 필수적으로 이용되어야 함을 모의실험을 통해 살펴보았다. 본 논문에서 분석된 다위상 시퀀스들은 표적의 RCS 변화에 따른 정합필터링 성능 저하 및 도플러 변위에 따른 영향을 고려하지 않고 생성된 코드들이다. 따라서 향후 수신기의 정합필터링 영향을 고려한 성능 분석 및 MIMO 시스템에 최적화된 다위상 시퀀스에 대한 연구가 요구된다.

Reference

- [1] N. Levanon, "Radar Signals", John Wiley & Sons, 2004.
- [2] H. Deng, "Polyphase Code Design for Orthogonal Netted Radar Systems", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 52, No. 11, pp. 3126~3135, 2004.
- [3] H. Deng, "Discrete Frequency-coding Waveform Design for Netted Radar Systems", IEEE Signal Processing Letters, Vol. 11, No. 2, pp. 179~182, 2004.
- [4] B. Liu, et al., "Polyphase orthogonal code design for MIMO Radar", CIE'06, International Conference on Radar, pp. 1~4, 2006.
- [5] H. A. Khan and D. J. Edwards, "Doppler Problems in Orthogonal MIMO Radars", IEEE Conference on Radar 2006, pp. 244~247, 2006.
- [6] S. W. Golomb and M. Z. Win, "Recent Results on Polyphase Sequences", IEEE Trans. Info. Theory, Vol. 44, pp. 817~824, 1988.
- [7] J. P. Costas, "A Study of a Class of Detection Waveforms Having Nearly Ideal Range-Doppler

- Ambiguity Properties”, Proc. IEEE, Vol. 72, pp. 996~1099, Aug., 1984.
- [8] A. V. Geramita and J. Seberry, “Orthogonal Designs : Quadratic forms and Hadamard Matrices”, 1970.
- [9] R. L. Frank, “Polyphase Complementary-Codes”, IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 26, pp. 641~647, 1980.
- [10] <http://ko.wikipedia.org/wiki>